$$\mathrm{tr}\,\mathbf{L}_{adj} = \left|\mathrm{tr}\,\mathbf{L}_N\right|^2 - 1$$